福州格致中学 2020-2021 学年第一学期高二数学

选择性必修二校本作业（17）

（范围：滚动复习 3　完成时间：40 分钟　命题人：高二数学集备组）

班级：________________姓名：________________座号：________________

一、单选题

1．现有命题“$1-2+3-4+5-6+\cdots+(-1)^{n+1}n=\frac{1}{4}+(-1)^{n+1}\left(\frac{1}{4}+\frac{n}{2}\right)$，$n\in\mathbf{N}^*$，用数学归纳法去探究此命题的真假情况，下列说法正确的是（　　）

A．不能用数学归纳法判断此命题的真假

B．此命题一定为真命题

C．此命题加上条件 $n\le 9$ 后才是真命题，否则为假命题

D．存在一个很大的常数 m，当 $n>m$ 时，此命题为假命题

2．用数学归纳法证明等式 $1+a+a^2+\text{L}\ +a^{n-1}=\frac{1-a^n}{1-a}\left(a\ne 1,n\in N^*\right)$，在验证 $n=1$ 成立时，左边需计算的项是

A．1　　B．$1+a$　　C．$1+a+a^2$　　D．$1+a+a^2+a^3$

3．用数学归纳法证明 $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2^n-1}<n\left(n\in N^*,n>1\right)$ 时，第一步应验证的不等式是（　　）

A．$1+\frac{1}{2}<2$

B．$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}<2$

C．$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}<3$

D．$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}<4$

4．用数学归纳法证明“$2^n>n^2+1$ 对于 $n\ge n_0$ 的正整数 n 成立”时，第一步证明中的起始值 n_0 应取（　　）

A．1　　B．2　　C．3　　D．5

5．平面内有 n 个圆，其中每两个圆都相交于两点，且每三个圆都无公共点，用 $f(n)$ 表示这 n 个圆把平面分割的区域数，那么 $f(n+1)$ 与 $f(n)$ 之间的关系为（　　）

A．$f(n+1)=f(n)+n$

B．$f(n+1)=f(n)+2n$

C．$f(n+1)=f(n)+n+1$

D．$f(n+1)=f(n)+n-1$

6．已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，首项 $a_1=-\frac{2}{3}$，且 $S_n+\frac{1}{S_n}+2=a_n\left(n\ge 2\right)$，则 $S_{2018}=$

A．$-\frac{2019}{2020}$　　B．$-\frac{2018}{2019}$　　C．$-\frac{2017}{2018}$　　D．$-\frac{2016}{2017}$

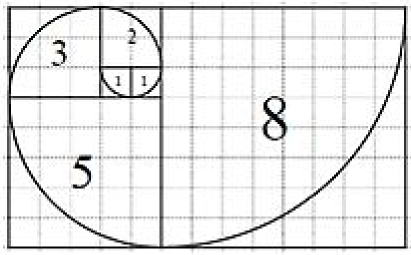
7．用数学归纳法证明“$5^n-2^n\left(n\in N^*\right)$ 能被 3 整除”的过程中，$n=k+1$ 时，为了使用假设，应将 $5^{k+1}-2^{k+1}$ 变形为（　　）

A．$5\left(5^{k}-2^{k}\right)+3\times 2^{k}$　　B．$\left(5^{k}-2^{k}\right)+4\times 5^{k}-2^{k}$

C．$(5-2)\left(5^{k}-2^{k}\right)$　　D．$2\left(5^{k}-2^{k}\right)-3\times 5^{k}$

二、多选题

8.意大利数学家列昂纳多·斐波那契是第一个研究了印度和阿拉伯数学理论的欧洲人，斐波那契数列被誉为是最美的数列，斐波那契数列$\{a_n\}$满足：$a_1=1$，$a_2=1$，$a_n=a_{n-1}+a_{n-2}\left(n\geq 3,n\in N^{*}\right)$.若将数列的每一项按照下图方法放进格子里，每一小格子的边长为1，记前n项所占的格子的面积之和为S_n，每段螺旋线与其所在的正方形所围成的扇形面积为c_n，则下列结论正确的是（　　）



A．$S_{n+1}=a_{n+1}^{2}+a_{n+1}\cdot a_n$　　B．$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n=a_{n+2}-1$

C．$a_1+a_3+a_5+\cdots+a_{2n-1}=a_{2n}-1$　　D．$4\left(c_n-c_{n-1}\right)=\pi a_{n-2}\cdot a_{n+1}$

三、填空题

9．一个类似杨辉三角形的数阵：则第九行的第二个数为__________.

1

3　3

5　6　5

7　11　11　7

9　18　22　18　9

__　__　__　__　__　__

10．已知$f(n)=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}\left(n\in N^{*}\right)$，用数学归纳法证明$f\left(2^{n}\right)>\frac{n+1}{2}$时，$f\left(2^{k+1}\right)-f\left(2^{k}\right)=$_________.

四、解答题

11．已知数列$\{b_n\}$的通项公式为$b_n=2n$，求证：对任意的$n\in N^{*}$，不等式$\frac{b_1+1}{b_1}\cdot\frac{b_2+1}{b_2}\cdots\cdots\frac{b_n+1}{b_n}>\sqrt{n+1}$都成立．

12．已知正项数列$\left\{a_n\right\}$满足$a_1=1$，$a_{n+1}=\sqrt{\frac{n}{a_n^2}+n}\left(n\in N^*\right)$．

（1）求数列$\left\{a_n\right\}$的通项公式；

（2）令$b_n=(n+1)a_n-na_{n+1}$，记数列$\left\{b_n\right\}$的前n项和为T_n，求证：$T_n<\frac{1}{3}(n+1)^{\frac{3}{2}}$．

13．在正整数集上定义函数$y=f\left(n\right)$，满足$f\left(n\right)\left[f\left(n+1\right)+1\right]=2\left[2-f\left(n+1\right)\right]$，且$f\left(1\right)=2$．

（1）求证：$f\left(3\right)-f\left(2\right)=\frac{9}{10}$；

（2）是否存在实数a，b，使$f\left(n\right)=\frac{1}{a\left(-\frac{3}{2}\right)^n-b}+1$，对任意正整数$n$恒成立，并证明你的结论.