

福州格致中学 2021-2022 学年度第一学期校本练习 (十五)
高二数学

(范围: 数学归纳法的原理 完成时间: 40 分钟 命题人: 高二数学集备组)

班级_____ 姓名_____ 座号_____

A. 基础型作业

1. 用数学归纳法证明: 对任意正偶数 n , 均有 $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{n-1} - \frac{1}{n} = 2\left(\frac{1}{n+2} + \frac{1}{n+4} + \dots + \frac{1}{2n}\right)$,

在验证 $n=2$ 正确后, 归纳假设应写成()

- A. 假设 $n=k(k \in \mathbb{N}^*)$ 时命题成立 B. 假设 $n \geq k(k \in \mathbb{N}^*)$ 时命题成立
C. 假设 $n=2k(k \in \mathbb{N}^*)$ 时命题成立 D. 假设 $n=2(k+1)(k \in \mathbb{N}^*)$ 时命题成立

2. 利用数学归纳法证明不等式 $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2^n - 1} < n (n \geq 2, n \in \mathbb{N}^*)$ 的过程中, 由 $n=k$ 到 $n=k+1$

时, 左边增加了() A. 1 项 B. k 项 C. 2^{k-1} 项 D. 2^k 项

3. 凸 n 边形有 $f(n)$ 条对角线, 则凸 $n+1$ 边形对角线的条数 $f(n+1)$ 等于()

- A. $f(n) + n + 1$ B. $f(n) + n$ C. $f(n) + n - 1$ D. $f(n) + n - 2$

4. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = n^2 a_n (n \geq 2)$, 而 $a_1 = 1$, 通过计算 a_2, a_3, a_4 , 猜想 a_n 等于()

- A. $\frac{2}{(n+1)^2}$ B. $\frac{2}{n(n+1)}$ C. $\frac{2}{2^n - 1}$ D. $\frac{2}{2n - 1}$

5. 用数学归纳法证明: $1 + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \dots + \frac{1}{1+2+3+\dots+n} = \frac{2n}{n+1}$ 时, 由 $n=k$ 到 $n=k+1$ 左

边需要添加的项是()

- A. $\frac{2}{k(k+2)}$ B. $\frac{1}{k(k+1)}$ C. $\frac{1}{(k+1)(k+2)}$ D. $\frac{2}{(k+1)(k+2)}$

6. 在用数学归纳法证明“ $f(n) = \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n} < 1 (n \in \mathbb{N}^*, n \geq 3)$ ”的过程中, 假设当 $n=k(k$

$\in \mathbb{N}^*, k \geq 3)$ 时, 不等式 $f(k) < 1$ 成立, 则需证当 $n=k+1$ 时, $f(k+1) < 1$ 也成立. 若 $f(k+1) = f(k) + g(k)$,

则 $g(k) =$ _____.

7. 用数学归纳法证明不等式 $2^n > (n+1)^2 (n \in \mathbb{N}^*)$ 时, 初始值 n_0 应等于_____.

8. 用数学归纳法证明 $\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{(n+1)^2} > \frac{1}{2} - \frac{1}{n+2}$. 假设 $n=k$ 时, 不等式成立, 则当 $n=k+1$

时, 应推证的目标不等式是_____.

9. 用数学归纳法证明 $\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1-\frac{1}{9}\right)\left(1-\frac{1}{16}\right)$
 $\times \dots \times \left(1-\frac{1}{n^2}\right) = \frac{n+1}{2n} (n \geq 2, n \in \mathbb{N}^*)$.

10. 用数学归纳法证明: $\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{n^2} < 1$
 $-\frac{1}{n} (n \geq 2, n \in \mathbb{N}^*)$.

B. 提高型作业

11. 用数学归纳法证明“ $n^3 + (n+1)^3 + (n+2)^3 (n \in \mathbb{N}^*)$ 能被9整除”, 要利用归纳假设证 $n=k+1$ 时的情况, 只需展开()
 A. $(k+3)^3$ B. $(k+2)^3$ C. $(k+1)^3$ D. $(k+1)^3 + (k+2)^3$

12. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = 1 - na_n (n \in \mathbb{N}^*)$. (1) 计算 a_1, a_2, a_3, a_4 ; (2) 猜想 a_n 的表达式, 并用数学归纳法证明你的结论.

C. 发展型作业

13. (多选题) 已知一个命题 $p(k), k=2n (n \in \mathbb{N}^*)$, 若当 $n=1, 2, \dots, 1000$ 时, $p(k)$ 成立, 且当 $n=1001$ 时也成立, 则下列判断中正确的是()

- A. $p(k)$ 对 $k=528$ 成立 B. $p(k)$ 对每一个自然数 k 都成立
 C. $p(k)$ 对每一个正偶数 k 都成立 D. $p(k)$ 对某些偶数可能不成立

14. (多选题) 设 $f(x)$ 是定义在正整数集上的函数, 且 $f(x)$ 满足: 当 $f(k) \geq k+1$ 成立时, 总有 $f(k+1) \geq k+2$ 成立. 则下列命题总成立的是()

- A. 若 $f(6) < 7$ 成立, 则 $f(5) < 6$ 成立 B. 若 $f(3) \geq 4$ 成立, 则当 $k \geq 1$ 时, 均有 $f(k) \geq k+1$ 成立
 C. 若 $f(2) < 3$ 成立, 则 $f(1) \geq 2$ 成立 D. 若 $f(4) \geq 5$ 成立, 则当 $k \geq 4$ 时, 均有 $f(k) \geq k+1$ 成立